

Задачи со решенија 5 одд

1. Збирот на два броја е 12 392. Ако првиот број го зголемиме за 213, а другиот број го намалиме за 387 ќе добиеме еднакви броеви. Кои се тие броеви?

*реш:*

1 начин:  $a+b=12392$ , од текстот на задачата имаме

$(a+213)+(b-387)=a+b+213-387=12392+213-387=12218$  бидејќи добиените броеви се еднакви имаме  $(a+213)=(b-387)$  што значи дека  $(a+213)=12218:2=6109$  т.е.  $a=6109-213=5896$ , додека  $b=6109+387=6496$

2. Во една паралелка има 24 ученици. Секој ученик треба да избира дали ќе ги изучува предметите информатика и германски јазик. 15 ученици учат информатика, 12 учат германски јазик, а 8 ученици неучат ниту информатика, ниту германски јазик. Колку ученици учат и информатика и германски јазик.

*реш:*

Од 24 ученици 8 не одаат ниту на информатика, ниту на германски јазик. Значи  $24-8=16$  ученици избрале барем еден предмет. Бидејќи 15 учат информатика, а 12 германски јазик што е вкупно  $15+12=27$  од каде се добива  $27-16=11$  ученици ги учат двата предмета.

3. Елена си играла со геометриски тела. Мерејќи ги геометриските тела таа открила:

6 мали коцки имаат тежина еднаква на тежината на 7 цилиндри,

7 цилиндри имаат тежина еднаква на тежината на 3 големи коцки,

2 големи коцки имаат тежина еднаква на тежината на една чоколада од 200 g.

Колку изнесува тежината на една мала коцка?

*реш:*

6 мали коцки = 7 цилиндри,      7 цилиндри = 3 големи коцки

па имаме 6 мали коцки = 3 големи коцки, што значи дека 2 мали коцки = 1 голема коцка,

2 големи коцки = 200g, значи 1 голема коцка = 100g, односно 2 мали коцки = 100g,

додека 1 мала коцка = 50g

4. Маја, Миле и Коста ги собрале своите оценки од математика. Секој од нив има 4 оценки.

Маја вели: „Сите мои оценки се непарни, а три се еднакви. Збирот на сите е поголем од 16.“

Миле вели: „Ах, јас по обичај ги имам сите различни оценки!“

Коста вели: „Сите мои оценки се еднакви, нивниот збир е двоцифрен број и може да се подели со бројот 8.“

Збирот на сите нивни оценки при делење со 10 дава остаток 8. Запиши ги оценките од секој ученик поединечно.

*реш:*

Оценките на Маја може да се:

3 единици и 1 тројка, збирот е  $3 \cdot 1 + 1 = 4$

3 единици и 1 петка, збирот е  $3 \cdot 1 + 5 = 8$

3 тројки и 1 единица, збирот е  $3 \cdot 3 + 1 = 10$

3 тројки и 1 петка, збирот е  $3 \cdot 3 + 5 = 14$

3 петки и 1 единица, збирот е  $3 \cdot 5 + 1 = 16$

3 петки и 1 тројка, збирот е  $3 \cdot 5 + 3 = 18$

Значи Маја имала 3 петки и 1 тројка

Оценките на Коста може да се:

4 единици, збирот не е двоцифрен

4 двојки, збирот не е двоцифрен

4 тројки, збирот е двоцифрен но не е делив со 8

4 четворки, збирот е двоцифрен и е делив со 8

4 петки, збирот е двоцифрен но не е делив со 8

Значи Коста има 4 четворки

За да одредиме кои оценки на Миле кои се различни меѓу себе имаме:

1, 2, 3, 4 (збир 10);

1, 2, 3, 5 (збир 11);

1, 2, 4, 5 (збир 12);

1, 3, 4, 5 (збир 13);

2, 3, 4, 5 (збир 14).

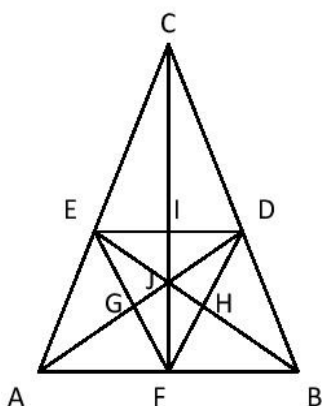
Збирот на оценките на Маја, Миле и Коста дава збир

$34 + 10 = 44$ ,  $34 + 11 = 45$ ,  $34 + 12 = 46$ ,  $34 + 13 = 47$  и  $34 + 14 = 48$ .

Бидејќи само 48 при делење со 10 дава остаток 8, значи оценките на Миле се 2, 3, 4 и 5.

---

5. Колку триаголници има на сликата? Запиши ги!



*реш:*

*ABC, DEF,*

*AFJ, FBJ, BDJ, DCJ, CEJ, EAJ,*

*ABJ, BCJ, CAJ,*

*AFC, FBC, ABD, DCA, CEB, ABE,*

*AFG, FBH, HBD, DCI, CEI, AGE,*

*FDJ, DEJ, EFJ, FBD, DCE, AFE,*

*JGF, JFH, HDJ, JDI, EJI, JEG,*

*AFD, ADE, BDE, BEF, CFD, CEF,*

*IEF, FDI, HDE, EFH, EGD, GFD.*

Вкупно има 47 триаголници.

---

Задачи со решенија б одд

1. Производот на шест броја поголеми од 10, а помали од 20 изнесува 7539840. Кои броеви се тие?

*реш:*

Со разложување на бројот на прости множители добиваме

$$7539840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17$$

Од каде веднаш се забележува дека два множители се 11 и 17.

бројот 7 може да се комбинира со 2 за да биде исполнет бараниот условот од задачата, значи третиот баран број е 14.

Преостанува со комбинирање на преостанатите броеви да одредиме уште три броја поголеми од 10, а помали од 20. Со множење на 5 со 2 добиваме премал број, а со множење на 5 со две двојки или двојка и тројка добиваме преголем број, значи 5 мораме да го помножиме со 3 па четвртиот множител е 15

Бројот 3 мораме да го помножиме точно со две двојки за да добиеме број поголем од 10, а помал од 20, значи, петиот множител е 12.

Ни преостанаа само четири двојки, што значи шестиот множител е 16 .

Што значи дека  $7539840 = 11 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17$ .

---

2. Сите природни броеви се запишани еден позади друг (12345678910111213141516...). Која цифра се наоѓа на 2015 место?

*реш:*

Во записот има 9 едноцифрени броеви што значи употребени се 9 цифри,

Потоа 90 двоцифрени броеви односно  $90 \cdot 2 = 180$  цифри, до 2015 место остануваат уште  $2015 - 9 - 180 = 1826$  цифри. Да видиме колку троцифрени броеви имаме  $1825 : 3 = 608$  (остаток 1) т.е.  $1826 = 608 \cdot 3 + 2$

За да видиме кој број е пред 2015 место имаме  $9 + 90 + 608 = 707$  што значи дека на 2015 место се наоѓа втората цифра на бројот 708 значи се наоѓа цифрата 0.

---

3. Учениците од пет паралелки од едно училиште отишле на театарска претстава со своите класни раководители. Во  $6^a$  одделението има еден ученик повеќе отколку во  $6^b$ , во  $6^b$  има 2 ученика повеќе него во  $6^c$ , во  $6^d$  има 3 ученици повеќе отколку во  $6^b$  и во  $6^e$  има 4 ученици повеќе отколку во  $6^d$ . Во тетарот има 12 реда, по 18 столчиња во секој ред. Колку ученици има секоја паралелка ако 96 места во театарот останале празни?

*реш:*

Во театарот има  $12 \cdot 18 = 216$  места. Од кои 96 места останале празни што значи дека во тетарот дошле  $216 - 96 = 120$  лица од кои 5 класни раководители и 115 ученици

Во секоја паралелка има:

$$6^a \quad x$$

$$6^b \quad x + 1$$

$$6^c \quad x + 1 + 2$$

$$6^d \quad x + 1 + 2 + 3$$

$$6^e \quad x + 1 + 2 + 3 + 4$$

Значи  $x + (x + 1) + (x + 1 + 2) + (x + 1 + 2 + 3) + (x + 1 + 2 + 3 + 4) = 115$

$$5x + 20 = 115$$

$$5x = 115 - 20$$

$$5x = 95$$

$$x = 95 : 5 = 19$$

Значи  $6^a$  има 19 ученици,  $6^b$  има 20 ученици,  $6^c$  има 22 ученици,  $6^d$  има 25 ученици и  $6^e$  има 29 ученици.

4. Запиши ги сите петоцифрени броеви деливи со 45 од облик  $\overline{abcda}$ , притоа цифрата на позиција десетки е најголемата цифра прост број. (цифрите  $a, b, c$  и  $d$  се различни!)

*реш:*

Еден природен број е делив со 45 ако е делив со 5 и 9.

Број е делив со бројот 5 ако цифрата на единици му е 0 или 5. Бидејќи бројот започнува и завршува со иста цифра, заклучуваме дека  $a$  мора да биде 5.

Од условот на задачата  $d$  е 7

Еден број е делив со 9 ако збирот на цифрите е број делив со 9 од каде  $5 + b + c + 7 + 5 = 17 + b + c$ . треба да се дели со бројот 9, т.е.  $b + c = 1$  или  $b + c = 10$

Ако  $b + c = 1$  имаме

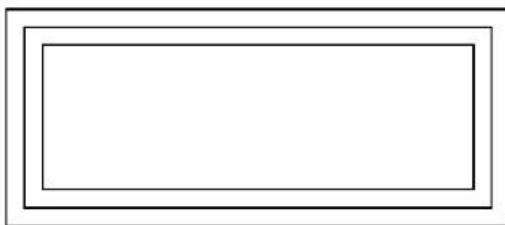
$b$	1	0
$c$	0	1

Ако  $b + c = 10$  имаме

$b$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$c$	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Од условот дека цифрите  $a, b, c$  и  $d$  се различни имаме дека бараните броеви се 50 175, 51 075, 51 975, 52 875, 54 675, 56 475, 58 275 и 59 175.

5. Листови хартија во облик на правоаголник се залепени еден врз друг како на сликата. Секој помал правоаголник е залепен на одалеченост 2 cm од сите 4 раба на поголемиот правоаголник на кој се лепи. Кратката страна на најголемиот правоаголник изнесува 18 cm, а периметарот на најмалиот правоаголник е 100 cm. Колку изнесува вкупната површина на потрошена хартија?



*реш:*

Кратката страна (ширината) на средниот правоаголник долга е  $18 - 2 \cdot 2 = 18 - 4 = 14$  cm.

Кратката страна (ширината) на најмалиот правоаголник долга е  $14 - 2 \cdot 2 = 14 - 4 = 10$  cm.

Да ја означиме со  $a$  должината на најмалиот правоаголник, а со  $b$  ширината, тогаш за периметарот на правоаголникот имаме,

$$L = 2a + 2b$$

$$2a + 2 \cdot 10 = 100$$

$$2a = 100 - 20$$

$$2a = 80$$

$$a = 40 \text{ cm.}$$

должината на средниот правоаголник е  $40 + 2 \cdot 2 = 44$  cm,

а должината на најголемиот правоаголник е  $44 + 2 \cdot 2 = 44 + 4 = 48$  cm.

Вкупната површина на потрошената хартија е

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 18 \cdot 48 + 14 \cdot 44 + 10 \cdot 40 = 864 + 616 + 400 = 1880 \text{ cm}^2$$